



Proudění v kolabilních cévách

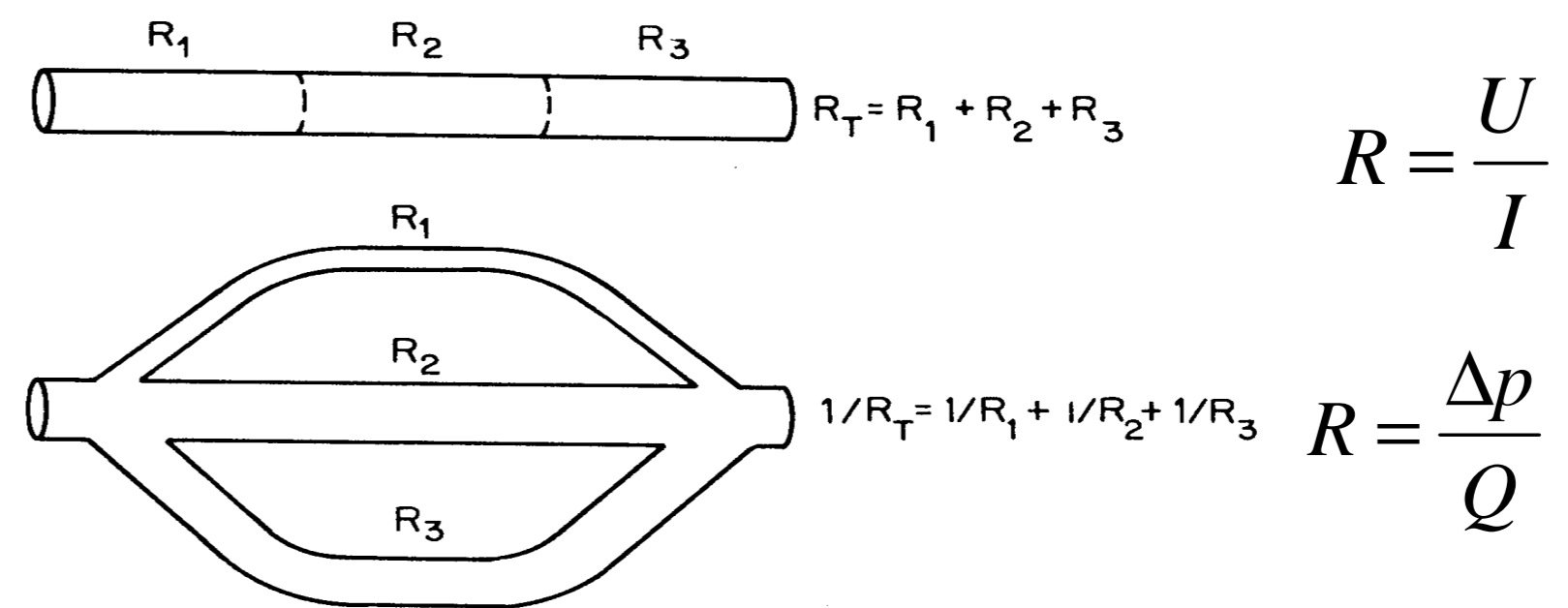
Klíčové výrazy: kolabilní céva, transmurnální tlak, odpor systému, tlakový spád, Ohmův zákon, hydrostatická tlaková výška, tlaková ztráta, Starlingův rezistor, Bernoulliho rovnice, třepetání elastické trubice,

Ukážeme si jakým způsobem je ovlivněné proudění v cévách, které nemají dostatečně tuhou stěnu na to, aby byla schopna zachovat tvar válcové trubice i v případě, že je tlak uvnitř cévy výrazně menší než tlak okolí. Takové cévy budeme nazývat kolabilní, jsou to cévy, které mohou kolabovat. Rozdíl tlaků vně a uvnitř cévy budeme nazývat transmurnálním tlakem.

Sledovaným parametrem proudění bude závislost průtoku na tlakovém spádu celého systému. Tlakovým spádem systému rozumíme rozdíl tlaku na vstupu a výstupu.

Pro trubice s dokonale tuhou stěnou platí pro vyvinuté laminární proudění analogie s ohmovým zákonem, což znamená, že odpor systému je roven podílu napětí a proudu. V našem případě napětí představuje tlakový spád a proud je průtokem tekutiny. Z tohoto vztahu vyplývá velmi důležitá lineární závislost průtoku na tlakovém spádu,

V případě turbulentního proudění tuhou trubicí není závislost průtoku na tlakovém spádu zcela lineární, zůstává však monotónní, tedy vyššího průtoku lze dosáhnout zvýšením tlakového spádu.



Analogii proudění tekutiny a elektrického proudu lze využít také pro výpočet celkového odporu systému, při znalosti dílčích odporů (Pro laminární vyvinuté proudění v tuhé trubicí).

Nyní si ukážeme jak je proudění ovlivněno kolabilitou stěn, a zda tyto předpoklady a analogie platí i pro proudění v kolabilních cévách.

Vzájemnou změnu některých energií popisuje Bernoulliho rovnice, která vychází z předpokladu, že součet tlakové, polohové a kinetické energie je ve všech místech systému stejný:

$$p + h\rho g + \frac{\rho v^2}{2} = \text{konstanta}$$

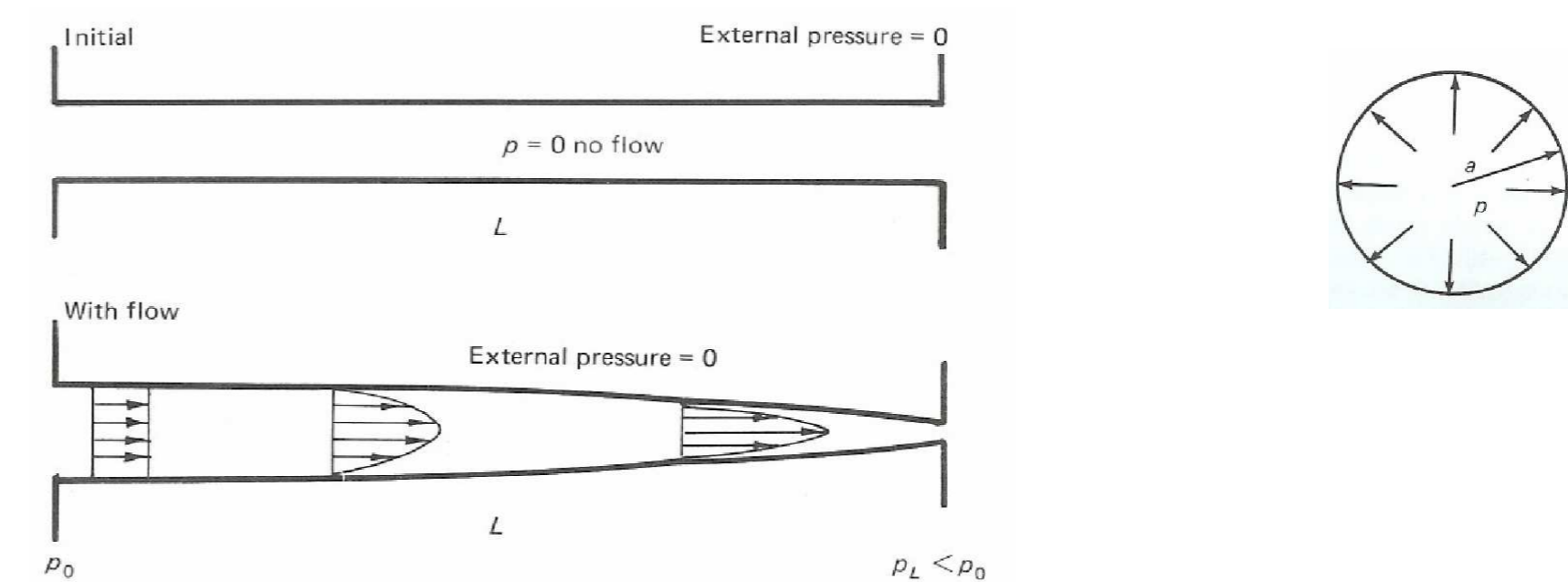
Napišeme-li Bernoulliho rovnici pro dvě různá místa v systému (místo 2 je dále po směru proudění než místo 1) a přidáme-li na pravou stranu člen, vyjadřující ztrátu vlivem disipace energie (i tento člen bude mít rozměr tlaku), dostaneme tento tvar rovnice:

$$p_1 + h_1\rho g + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + h_2\rho g + \frac{\rho v_2^2}{2} + p(\text{ztráta})$$

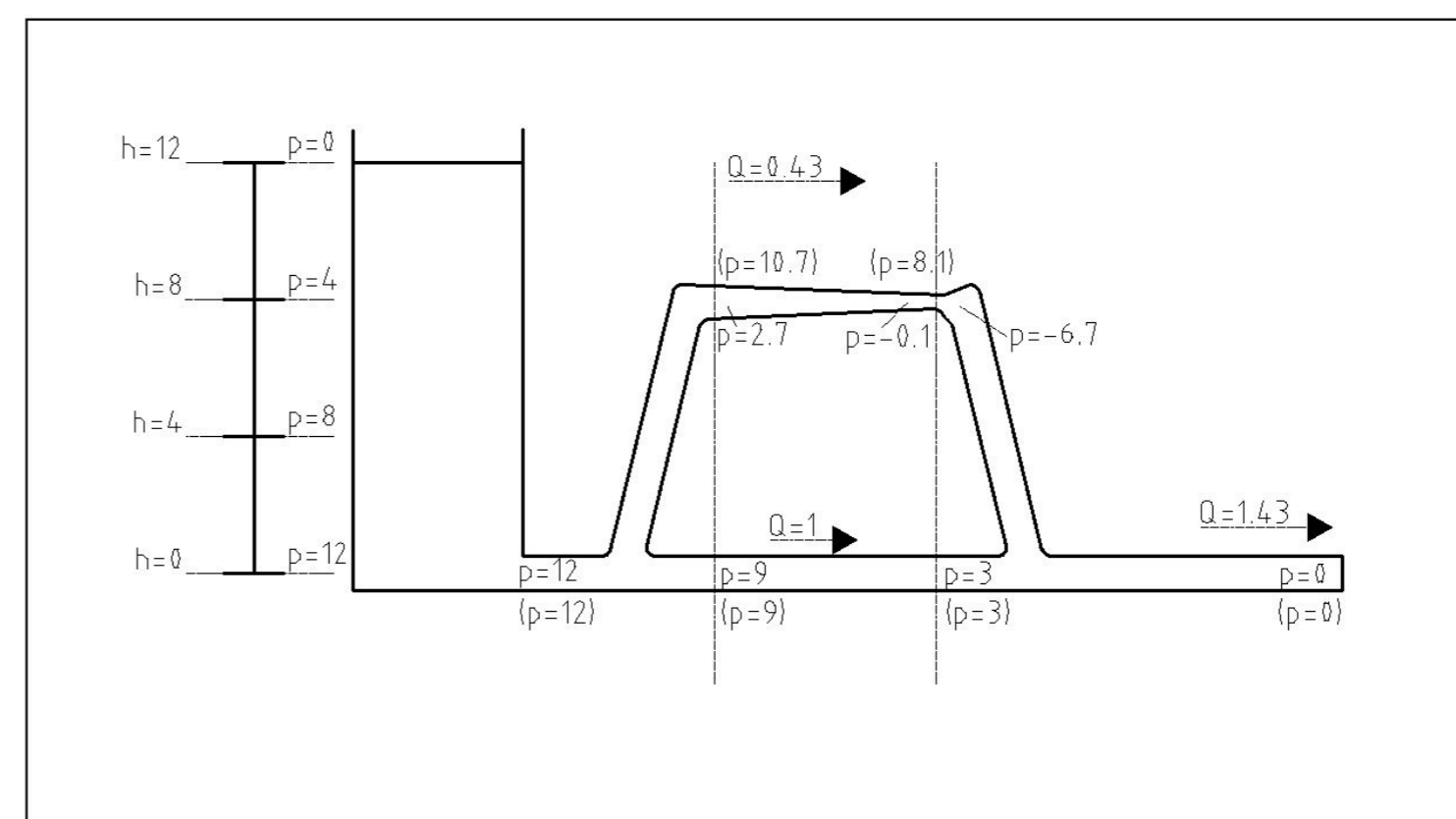
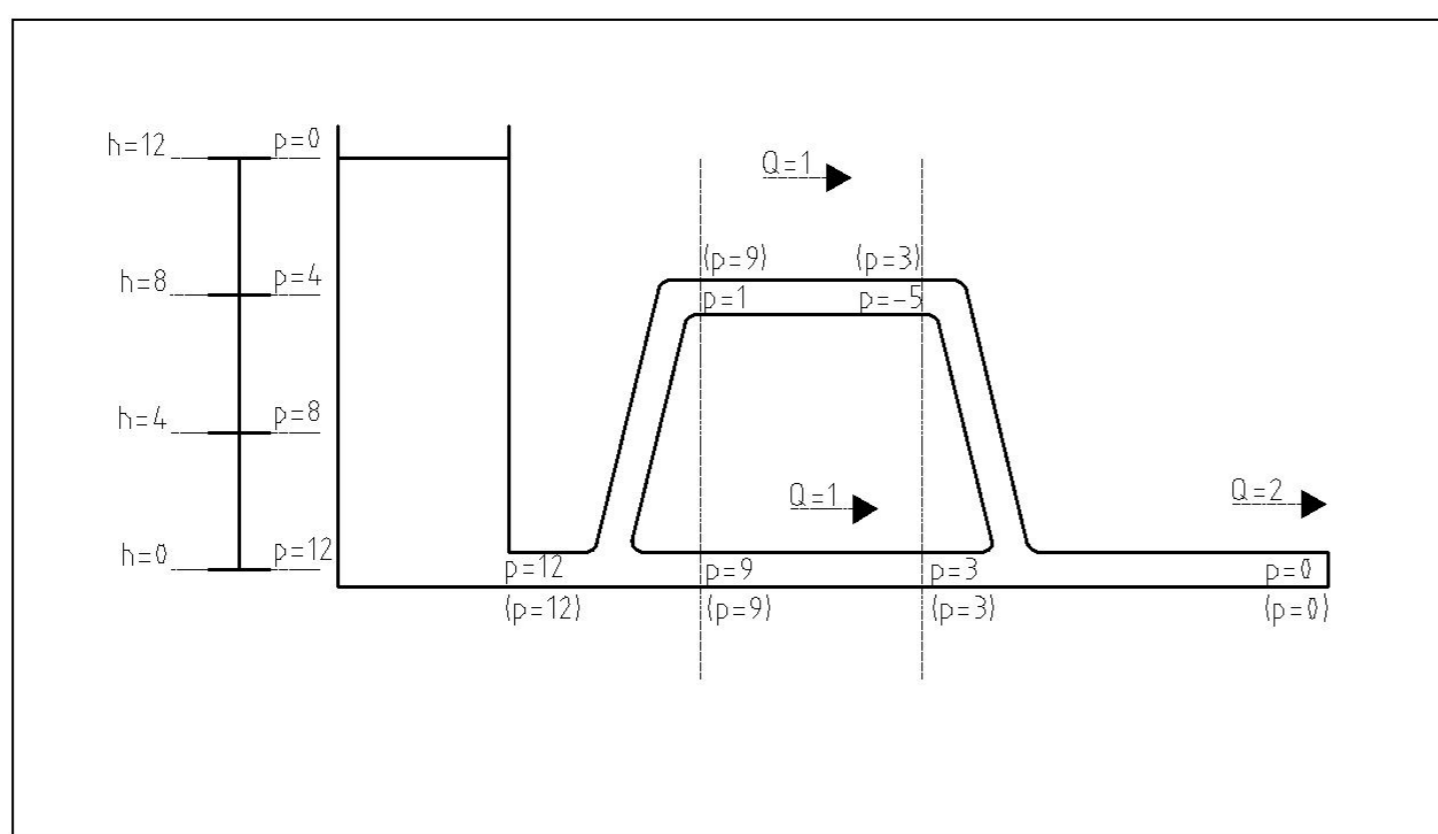
Pro následující případ budeme uvažovat vodorovnou polohu trubice, tímpádem můžeme od obou stran rovnice odečíst člen vyjadřující polohovou energii.

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p(\text{ztráta})$$

Toto krátké odvození jsme provedli proto, abychom si uvědomili, že součet členů vyjadřujících kinetickou energii a tlakovou je stále stejný, respektive se tento součet vzhledem k narůstající ztrátě snižuje. Z tohoto vyplývá vzájemný vztah mezi kinetickou a tlakovou energií v každém místě a z tohoto vztahu dále vztah mezi tlakem a rychlostí, tedy: čím větší je v nějakém místě rychlost, tím menší je v tomto místě tlak. Vzhledem k tomu, že v těchto rovnicích vystupuje tlak jako sčítanec, není důležité, uvažujeme-li tlak jako jeho absolutní hodnotu, či jako přetlak – rozdíl od nějaké konstantní hodnoty.

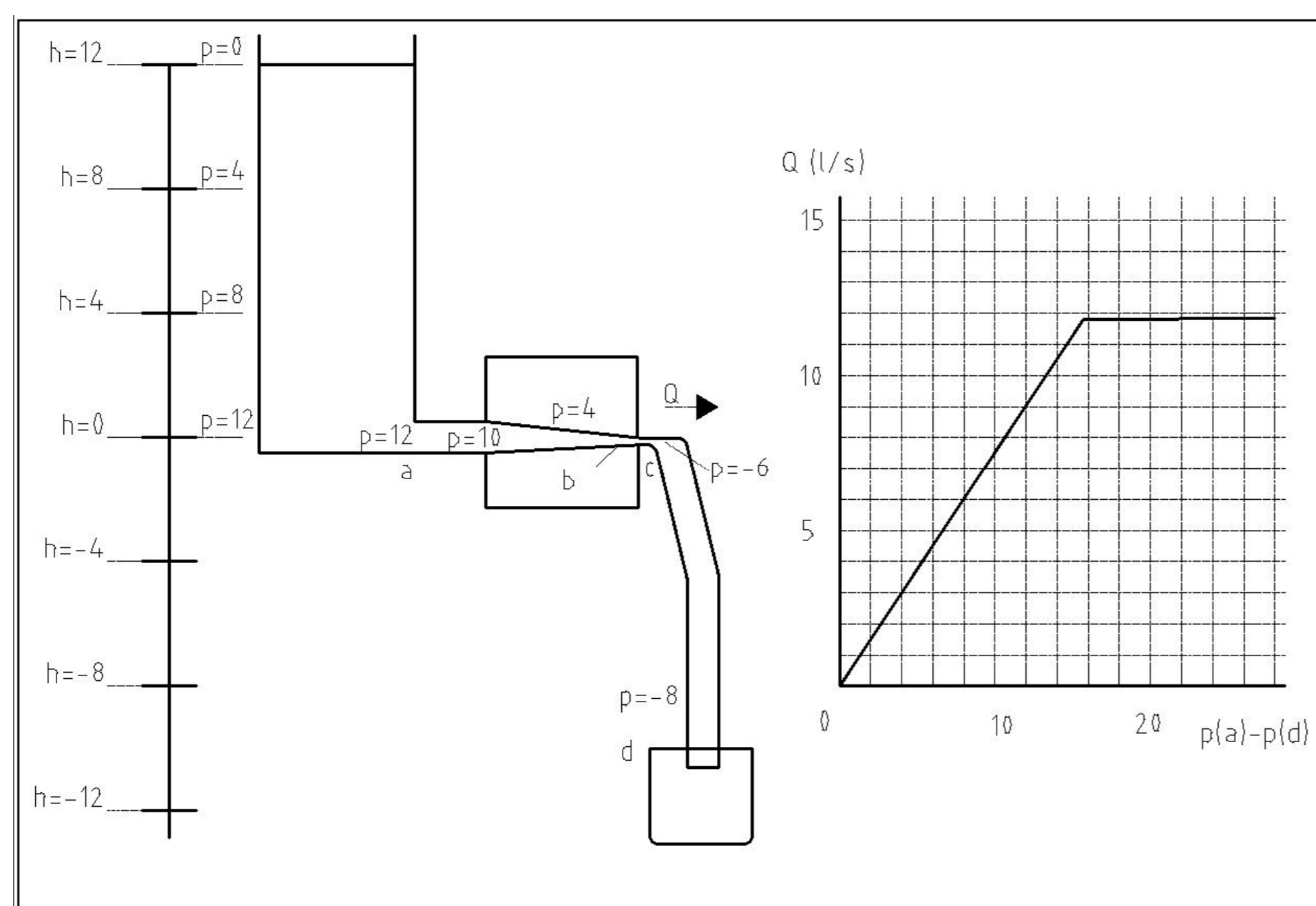


Tento obrázek ukazuje jakým způsobem se bude deformovat trubice při proudění tekutiny. Nahoře je ukázán stav, kdy trubicí žádná tekutina neproudí a transmurnální tlak udržuje tvar trubice kruhového průřezu. V případě, že v trubicí dojde k proudění nastane případ uvedený ve spodní části obrázku, kdy transmurnální tlak poklesne o složku kinetické energie a navíc podél trubice klesá vlivem ztrát, tímpádem na konci trubice je transmurnální tlak nejmenší a může dojít k jejímu zúžení. V případě zúžení však dojde k dalšímu urychlení proudu a tím ještě k poklesu vnitřního tlaku. V limitní případě, kdy by se průřez takto kolabované trubice přiblížil nule, však rychlost proudění nebude nekonečná. Při uzavření trubice se proud zastaví a kinetická složka energie se opět změní na tlakovou a trubice se opět naplní otevře. V reálných případech takovýto systém hledá rovnovážnou polohu, a dokud ji nenalezne, dochází k výše popsanému jevu, který je nazýván třepetáním elastické trubice (flutter effect).



Uvažujme systém trubic, tvořený výhradně tuhými trubicemi tak, jak je naznačeno na obrázku vlevo. Přetlak ve vstupním kanálu předpokládáme 12 cmH2O. Tlakový spád na společné větvi je předpokládán 3 cmH2O, na dvojici větví 6 cmH2O a na zbývajících opět společně větví 3 cmH2O. Předpokládejme, že celkový průtok 2 l/s se rovnoměrně rozdělí mezi dva segmenty (mají stejný odpor). V levé části obrázku je uvedena vertikální vzdálenost těchto segmentů a odpovídající hydrostatický tlakový rozdíl. Hodnoty tlaku vyplývající ze ztrát vlivem proudění jsou uvedeny vně trubic, uvnitř jsou hodnoty tlaků zohledňující též hydrostatický efekt. Jak je patrné, v horním segmentu dojde vlivem proudění ke snížení tlaku dokonce pod tlak okolí. V případě, že by tento segment nebyl z tuhé trubice, došlo by vlivem nízkého transmurnálního tlaku v tomto místě ke kolapsu.

Budeme-li však předpokládat, že horní segment je tvořen kolabilní cévou (obrázek vpravo), dojde v těchto místech k výše popsanému třepetání, které najde svou rovnovážnou polohu, kdy dojde k vyrovnání tlaku a proudění, při hodnotě transmurnálního tlaku například 0,1 cmH2O. Z tohoto budeme vycházet, pokusíme-li se sestavit podobný obrázek tomu předchozímu, nyní však budeme uvažovat horní segment jako kolabilní. Můžeme nyní dopočítat zbývající tlaky v celém systému. Důležité je uvědomit si, že kolabilita nám ovlivnila hodnotu průtoku horním segmentem a potažmo celým systémem, aniž bychom změnili celkový tlakový spád.



Vlevo na obrázku vidíme uspořádání, kde jsou dvě tuhé trubice spojené kolabilní trubicí uzavřenou v boxu tak, aby bylo možné tlak kolem kolabilního členu nezávisle nastavit. Takovéto uspořádání je známo jako Starlingův rezistor. Předpokládejme, že kolabilní člen je plně otevřen při transmurnálním tlaku 0,2 cmH2O a zcela se uzavře při tlaku 0 cmH2O. Tlaky v různých místech v systému jsou uvedeny v obrázku (v cmH2O). Proudění kolabilním členem dosáhne rovnováhy pokud je tlak uvnitř 4,1 cmH2O, což představuje transmurnální tlak 0,1 cmH2O. Změna tlaku v bodě c snižováním nebo zvyšováním výtoku z nádoby neovlivní proudění kolabilním členem, pokud tento tlak nestoupne na zmiňovaných 4,1 cmH2O. Naopak změna tlaku uvnitř boxu vně elastického členu má na proudění zásadní vliv.

Graf v pravé části obrázku nám ukazuje interakci mezi proměnnými. Situace kdy je výstupní tlak roven vstupnímu je samozřejmě charakterizována nulovým průtokem. Postupné snižování výstupního tlaku způsobuje lineární zvyšování průtoku. Tato situace se takto vyvíjí, dokud proudění kolabilní trubicí nedosáhne rovnováhy (dané transmurnálním tlakem). Pokud budeme dále snižovat výstupní tlak, průtok celou soustavou se již více zvyšovat nebude, přestože gradient Pa – Pv dále poroste.